Wolfgang Ewen

„Über die Grundsätze der Mathematik" von Carl Stumpf

1. Einleitung

Die Habilitationsschrift von Carl Stumpf (1848 – 1936) wurde durch den Kontakt von Frau Kaiser-el-Safti zu den Erben Carl Stumpfs, Carl-Alfred und Ingeborg Stumpf, vor drei Jahren erstmals für die Veröffentlichung frei gegeben. Dies geschah allerdings in zwei Schritten. In einem ersten Anlauf wurde die Arbeit als Arbeitskopie für das Studium des Inhalts mit der Auflage zur Verfügung gestellt, den Inhalt zu exzerpieren und nicht wörtlich zu zitieren. Nach der Transkription des handschriftlich verfassten Manuskripts in Kurrentschrift und durch sorgfältige Analyse des Inhalts wurde uns schnell die Bedeutung dieser Schrift für die Wissenschaft und für das Verständnis der Person Carl Stumpfs offenkundig. So intervenierte Frau Kaiser-el-Safti nochmals in Stuttgart und hatte Erfolg. 2005 erlaubten die Nachlassverwalter, die Habilitationsschrift im Zusammenhang mit meiner Dissertation „Carl Stumpf und Gottlob Frege" (Ewen 2008) zu veröffentlichen. Stumpfs Habilitation war auch schon zuvor von einigen Forschern in Augenschein genommen worden, ohne dass jedoch ihre Bedeutung erkannt oder gewürdigt worden wäre. Vielleicht muss man ein genuines Interesse an Logik respektive dem Zusammenhang zwischen Logik und Psychologie haben, um vom Wert der Arbeit Stumpfs überzeugt zu sein. Die exquisit logische Begabung, die Stumpf in seiner Habilitation unter Beweis stellt, ist zwar auch in seinem späteren Werk erkennbar, besonders in der posthum veröffentlichten zweibändigen „Erkenntnislehre" (Stumpf 1939/1940), bekommt aber jetzt durch den Zusammenhang, in den ich Stumpf mit dem Logiker Frege stelle, eine andere Relevanz.

Stumpf weist in seiner Selbstdarstellung von 1924 darauf hin, dass das scharfe Denken Brentanos und die eiserne Disziplin dieses Lehrers ihn dazu geführt hätten, dass „die logische Klarheit und Folgerichtigkeit" zu seiner zweiten Natur wurden. Diese Bemerkung – fast ein Nebensatz in seiner „Selbstdarstellung" – gewann in Zusammenhang mit meiner Dissertation zunehmend an Bedeutung. Jedoch ist der Selbstdarstellung nicht zu entnehmen, was den jungen Stumpf zur Thematik seiner Habilitation „Über die Grundsätze der Mathematik" (Stumpf 1870) motivierte.

GESTALT THEORY
 (ISSN 0170-057 X)
Vol. 31, No.2, 129-141

Der intensive Briefverkehr zwischen Carl Stumpf und Hermann Lotze, der Stumpfs Habilitation in dieser Zeit von Juni bis Ende Oktober 1870 betreute, gibt zwar Aufschluss über den zeitlichen Verlauf und das damit verbundene Habilitations-Prozedere [1], aber weder das Thema noch die Beweggründe für dieses Thema gehen aus den Briefen hervor. In der „Selbstdarstellung“ erwähnt Stumpf lediglich den Grund für die Nichtveröffentlichung: „Die Schrift habe ich aber nicht veröffentlicht, weil die nichteuklidischen Betrachtungsweisen, in die Felix Klein mich einführte, mir doch schließlich über den Kopf wuchsen“ (Stumpf 1924, 211).

Zur besseren Einschätzung dieser Aussage und Stumpfs Bezugnahme auf die Entwicklung der nichteuklidischen Geometrie in dieser Zeit möchte ich einen kurzen Blick auf die Entwicklung der Geometrie und Arithmetik bis zur Zeit der Habilitationsschrift werfen.

2. Der Paradigmenwechsel: Von der „wahren“ Geometrie zu den „denkbaren“ Geometrien

Während geometrische Kenntnisse schon bei Ägyptern und Babyloniern anzutreffen sind und meist zur Lösung von konkreten praktischen Aufgaben, wie z.B. der Berechnung von Bauwerken, der Himmelsbeobachtung oder auch der originären Aufgabe der Land- und Grenzvermessung eingesetzt wurden, avancierte die Geometrie in der griechischen Kultur, beginnend mit Thales von Milet, der die Notwendigkeit eines Beweises und die Loslösung geometrischer Gegenstände von ihrer Konkretisierung (Aumann 2006, 16) erkannte, zum Gegenstand philosophischen Nachdenkens. Nach gewissen Regeln der Logik sollten eindeutige mathematische Aussagen gesammelt werden, die durch nachvollziehbare Schlüsse bewiesen werden konnten. Dabei spielte das Phänomen der Evidenz eine Rolle mit dem Postulat einer Reihe von nicht beweisbaren, aber als richtig erkannter Grundtatsachen. „Richtig“ bedeutete in diesem Zusammenhang soviel wie „wahr“.

Im ersten Lehrbuch der Geometrie, „Die Elemente“ des Euklid, werden diese Grundlagen der Mathematik umfassend beschrieben; sie galten als ein wichtiges Mittel zur Erkenntnis, unabhängig von jeder Frage nach Anwendbarkeit. In 13 Büchern systematisierte Euklid 330 v. Chr. das bis dahin entstandene mathematische Wissen. Diese Schrift gibt erstmals Zeugnis von der strengen

[1] Auch wenn Lotze in einem Brief an Stumpf vom 22.6.1870 (Lotze 2003, 547) darauf hinwies, dass für das Habilitationsprozedere keine Kosten anfallen, „da Sie [Stumpf] in Göttingen promovirt sind, und die einzureichende Abhandlung nicht gedruckt zu werden braucht“, kann dies nicht als Indiz für die Nichtveröffentlichung angesehen werden, da er ja zum einen in der Selbstdarstellung den Grund angibt und zum anderen eine Überarbeitung der Habilitationsschrift zwecks Veröffentlichung in den Briefen an seinen Vetter Wilhelm Scherer (15.51873 und 29.7.1873) ankündigt (Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, NL W. Scherer, Nr. 923).

Beweisdisziplin in der Mathematik, der axiomatischen Methode. Im Prinzip wird gefordert, dass Bekanntes zu jenem fortschreitet, was neu ans Licht der Erkenntnis befördert werden soll und darüber hinaus nichts eingeführt werden darf, was nicht aus Axiomen, Postulaten und Definitionen hergeleitet werden konnte. Wenn heute die Begriffe „Axiom“, „Postulat“ und „Definition“ zu Synonymen geworden sind, so ist es für uns schon nahezu selbstverständlich, dass mit Hilfe der axiomatischen Methode die Mathematik und auch die Naturwissenschaften in einem Regelwerk nach Euklids Vorbild exakt und lehrmäßig beschrieben sind. Während die *Axiome* grundlegende Sätze von allgemeiner Gültigkeit sind – unabhängig von einer Wissenschaft oder von einem Wissensgebiet –, sind *Postulate* Forderungen oder Grundsätze, die sich speziell auf die Geometrie beziehen und die Möglichkeit einer Konstruktion (z. B. eines Dreiecks) und die Existenz gewährleisten sollen. Postulate sind bei Euklid ebenso wie die Axiome unbeweisbare Grundsätze. In den *Definitionen* werden häufig Nominaldefinitionen aufgeführt, um die geometrischen Begriffsbildungen von bereits Existierendem in der Anschauung einsehbar zu machen, wie z. B. in der Def. 1 die Ganzheit und Unteilbarkeit eines Punktes (Was keine Teile hat, ist ein Punkt).

Ein besonderes Augenmerk galt aber seit jeher dem Parallelenpostulat Euklids. Ein wichtiger Satz, auf den Euklid im ersten Buch erst mit der 29. Proposition zurückgreift und der zum „Stein des Anstoßes“ wurde. Dieser Satz besagt in der Übersetzung von C. Thaer: „Und daß, wenn eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien bewirkt, dass innen auf derselben Seite entstehende Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte werden, dann die zwei geraden Linien bei Verlängerungen ins Unendliche sich treffen auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei Rechte sind“ (Euklid 2001, 3). Euklids Beweisführung ist in diesem Fall im Vergleich mit den anderen Postulaten eher umständlich. Man könnte vereinfacht sagen, dass Euklid hier seine Beweisführung unter Zuhilfenahme der Anschauung durchführte. Alle namhaften Mathematiker und Kommentatoren äußerten die Vermutung, dass dieses Postulat aus den anderen Sätzen abgeleitet werden könnte, was seine Unabhängigkeit – neben der Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit die dritte Forderung an ein Axiomensystem – in Frage stellte. Fast zweitausend Jahre wurden unzählige Versuche unternommen, dieses 5. Postulat zu beweisen und es dadurch „überflüssig“ zu machen (Filler 1993, 145ff). Aber alle Versuche missglückten, weil sie entweder Fehlschlüsse enthielten oder sich auf andere Aussagen stützten, die mit dem 5. Postulat äquivalent waren (Aumann 2006, 203).

Ich möchte an dieser Stelle abkürzen und nur noch die wichtigsten Mathematiker erwähnen, die mit einer Abkehr vom „Anschaulichen“ und einer Hinwendung zum „Denkbaren“ eine nachhaltige Wende in der mathematischen Methode einleiteten. Rein theoretisch, also durchaus denkbar, war nämlich, dass es in einem Punkt nicht nur „eine“, sondern „keine“ oder auch noch „unzählig viele“ Parallelen geben konnte. Dieser Gedanke führte zu einer Revolution, wie sie in der Mathematik noch nie vorgekommen war. Sie begann 1792 mit Carl Friedrich Gauß, der allerdings nicht den Mut hatte, seine Gedanken über die Existenz einer nichteuklidischen Geometrie auch zu veröffentlichen. Nicht zuletzt aus Scheu vor den Konsequenzen dieser revolutionären Gedanken schrieb er in einem Brief an Bessel, dass er vielleicht nie dazu kommen werde, seine *sehr ausgedehnten* Untersuchungen darüber zu veröffentlichen, da er „das Geschrei der Bœotier scheue“ (Gauss 1899, 193). Mit dem „Geschrei der Bœotier“ waren sowohl die Anhänger der Philosophie Immanuel Kants als auch argwöhnische Mathematiker-Kollegen gemeint. Janos Bolyai (1823) und Nikolai Ivanovich Lobachevskij (1829) setzten sich über derartige Ängste hinweg. Sie vertraten in ihrer Geometrie, die auch hyperbolische genannt wird, unendlich viele Parallelen. Bernhard Riemann ergänzte 1826 diese Theorie mit einer elliptischen Geometrie, in der es keine Parallelen gibt.

Mit der Herausbildung dieser nichteuklidischen Geometrien war dann auch das jahrtausendelang existierende Problem des Parallelenpostulats auf eigenartige Weise gelöst worden. Das Parallelenpostulat verlor schlicht den Status einer „absoluten Wahrheit“, den es zuvor beansprucht hatte und wurde zu einer möglichen Hypothese unter anderen. Daraus konnte wiederum gefolgert werden, dass die Mathematik nicht das Wahre, sondern „nur“ das Denkbare liefere: das heißt „einen Katalog von Modellen“ (Im Hof 2000, 19).

Felix Klein, ein lebenslang geschätzter Freund Carl Stumpfs, den er zur Zeit der Privatdozentur in Göttingen kennen lernte, trennte zwischen Strukturfragen der Mathematik und Existenzfragen oder irgendwelchen ontologischen Betrachtungen über den realen Raum (Klein 1921, 241ff). Er beschränkte sich auf die formale und analytische Klärung des Problems und vereinte 1872 in seinem „Erlanger Programm“ mit Hilfe des Begriffs der Gruppe die unterschiedlichen geometrischen Betrachtungsweisen. Die Verallgemeinerung der Geometrie unter dem Gesichtspunkt räumlicher Transformationen führte u. a. zu folgender modernen Ausdrucksweise: „Es ist eine Mannigfaltigkeit und in derselben eine Transformationsgruppe gegeben; man entwickele die auf die Gruppe bezügliche Invariantentheorie“ (Klein 1872, 7).

Der abstrakte Begriff eines Raumes mit n-Mannigfaltigkeiten entfernte sich so weit von dem alltäglichen Raumbegriff mit seinen drei Dimensionen, dass er für die Alltagspsychologie jegliche Anschaulichkeit verlor. Aber auch Philosophen wie Hermann Lotze und Wilhelm Wundt konnten sich nicht mit der neuen Denkungsart befreunden, zumal sie weit von Kants Philosophie abwich, der Lotze und Wundt nahe standen. Es entstand eine empfindliche Lücke zwischen dem philosophischen und dem mathematischen Denken, das sich auch auf die Psychologie auswirkte. Zwischen der sinnlichen Anschauung und der Welt des geometrischen Begriffs lag der wirkliche „Hiatus" (Cassirer 2000, 23ff).

Selbst Philosophie und Mathematik, die ja viele Jahrhunderte einen gemeinsamen Weg gegangen waren – große Philosophen waren nicht selten auch große Mathematiker gewesen, wie z.B. Descartes oder Leibniz – trennten sich jetzt. Innerhalb der mathematischen Forschung entstand die Verpflichtung, die mathematischen Begriffe insgesamt einer schärferen Analyse zu unterziehen. Bernard Bolzano beklagte sich in seiner 1810 erschienenen Schrift „Philosophie der Mathematik" darüber, „dass sich selbst in den ersten Elementarlehren aller mathematischen Disziplinen noch manche Lücken und Unvollkommenheiten finden" (Bolzano 1810, 7). Eine genauere mathematische Begriffsbildung stand daher im Vordergrund ihrer Bemühungen; was hier soviel heißt, wie dem Ursprung aller relevanten Begriffe größte Aufmerksamkeit zu widmen.

Aus philosophischer Sicht wurde der Begriff der Zahl nach Leibniz und Kant erstmals wieder von Gauß unter mathematikrelevanten Gesichtspunkten untersucht. Diese Bemühungen vermehrten sich im letzten Drittel des 19. Jahrhunderts mit Kronecker, Weierstraß, Frege, Husserl, Pasch und Hilbert, um nur einige zu nennen. Von gleicher Bedeutung waren die vielfältigen Versuche, die Begriffe Raum und Zeit neu zu definieren. Während Gauß der Geometrie wohl eine empirische Seite einräumte, insofern „der Raum auch ausser unserm Geiste eine Realität hat, der wir apriori ihre Gesetze nicht vollständig vorschreiben können", hielt er am rationalen Charakter der Analysis fest und vertrat, dass die Zahl „bloss unsers Geistes Product ist" (Gauss 1899, 193). Auch Bernhard Riemann und Hermann von Helmholtz hatten den von Kant behaupteten apriorischen Charakter der Geometrie in Frage gestellt. Die erkenntnistheoretische Diskrepanz zwischen Geometrie und Arithmetik konnte die Philosophie kaum befriedigen, ihrer Auffassung nach mussten Raumbegriff und Zahlbegriff aus ein und demselben Prinzip herzuleiten sein. Es schien daher nicht abwegig, nachdem die apriorischen Fundamente wankten, die „ewigen und notwendigen Wahrheiten" überhaupt aufzugeben und die gesamte Mathematik auf eine empirische Grundlage zu stellen. Das verschaffte dem Empirismus John Stuart Mills Eingang in die heiligen Hallen des Rationalismus – gespeist aus dem Gedankengut des „französischen Positivismus" von Auguste Comte und dem älteren „englischen Empirismus" von Locke und Hume. Mill hatte in seinem zweibändigen Werk „A System of Logic" (Mill 1843) die Mathematik als Erkenntnis a posteriori charakterisiert und eine Vereinheitlichung der Arithmetik und Geometrie mittels empirischer (psychologischer) Begründungen der arithmetischen Lehrsätze angestrebt. Mill erreichte mit seinem energischen Plädoyer für die Methode der Induktion eine Popularität, die weit über das ausgehende 19. Jahrhundert hinausreichte.

3. Die Habilitation des jungen Stumpf

Zu diesem kritischen Zeitpunkt eines allgemeinen Umbruchs in der Methodologie der Mathematik, die bald auch ein verändertes naturwissenschaftliches Verständnis nach sich zog, verfasste Stumpf seine Habilitationsschrift.

Sie behandelt scheinbar nur Grundfragen der Mathematik, der Axiomatik und des Zahlenbegriffs; aber in einer viel allgemeineren Fassung stellte der junge Stumpf die Frage zur Diskussion, ob „es Erkenntnisse von wissenschaftlicher Bedeutung gibt, die sich in keiner Weise, weder unmittelbar noch mittelbar, auf die Erfahrung gründen; und wenn es solche gibt, welches ist ihre Quelle?" Er wird diese Frage bejahen und zwar in Bezug auf Mathematik und Logik, denn „es gibt zwei große Wissenschaften, deren Sätze sich in keiner Weise auf Erfahrung gründen; ihre Quelle ist: Deduktion aus Begriffen" (Stumpf 1870, 1-1). Stumpf setzt sich in seinem kritischen Teil mit zwei führenden philosophischen Positionen zu dieser Frage auseinander, zum einen mit der Transzendentalphilosophie Immanuel Kants und zum anderen mit dem Empirismus von John Stuart Mill.

Im Folgenden verteidigt Stumpf zunächst die *Evidenz* der Grundsätze, stellt aber sodann zur Diskussion, ob man sich denn bei ihr beruhigen könnte, ob es nicht vielmehr zu den Aufgaben der Philosophie gehöre, „die scharfe Grenze aufzusuchen, wo Ableitung und einfache Annahme, wo unmittelbare und mittelbare Evidenz sich scheiden" (Stumpf 1870, 2a-1). Der *Logiker* frage ja nicht danach, *ob* uns diese Sätze evident sind, sondern wie es komme, *dass* sie es sind. „Nicht um der Sätze willen wünscht er den Beweis, sondern um der Konsequenzen willen, welche sich aus der Möglichkeit derselben für die Theorie der Erkenntnis ergeben würden" (Stumpf 1870, 2a-1).

Um die Entscheidung vorwegzunehmen: Stumpf hält sich zunächst an die Prüfung der empiristischen Version, wie Mill sie in seiner Logik vertreten hatte. Mill fordere, dass die geometrischen Definitionen *Wirkliches* bedeuteten, weil sonst keine *Wahrheit von wissenschaftlicher Bedeutung* aus ihnen folgen könnte. Dies hieße dann aber, dass sie nicht völlig genau sein könnten, denn es gäbe in der Wirklichkeit keinen Punkt ohne Größe, keine völlig gerade Linie etc., woraus wiederum resultiere, dass auch die *Sätze* über sie nicht *notwendig* wahr sein könnten.

Vor diesem Hintergrund beharrte Mill darauf, dass unter „*Notwendigkeit*" nicht jene *absolute* Notwendigkeit zu verstehen sei, die man als Kennzeichen für den apriorischen Ursprung der axiomatischen Sätze betrachte. Sie seinen vielmehr „experimentelle Wahrheiten" oder „Generalisierungen aus der Beobachtung". Ihre Gewissheit rühre aus der außerordentlich großen Induktion, auf die man sich stützen könnte. Man sei nur dann berechtigt, für sie eine andere Quelle als für die übrigen Wahrheiten anzunehmen, wenn man nachweisen könnte, dass eine solche Induktion nicht stattgefunden hätte, oder sie zur Erklärung unserer Überzeugung nicht ausreiche.

Nach Mill muss man, um die mathematischen Axiome zu finden, keine Beobachtungen und keine Experimente machen, vielmehr genüge *die einfache Vorstellung der Objekte*, die Vorstellung der Geraden, der Parallelen etc. Mill führt die Vorstellungen als Erinnerungsbilder auf die ursprünglichen Eindrücke zurück; die Erinnerungsbilder seien den ursprünglichen Eindrücken ähnlich, die Figuren sogar ganz genaue Bilder derselben. Da sie für die Beobachtung den wirklichen Gegenständen äquivalent seien, könnten wir an ihnen Experimente machen, „welche in diesem Falle bloß in dem aufmerksamen Anschauen bestehen“ (Stumpf 1870, 7-2). Den Experimenten dürften wir freilich nur darum trauen, weil wir bereits durch die Erinnerung gelernt hätten, dass die Erinnerungsbilder den Originalen in diesem Falle genau entsprächen.

Stumpf verwahrt sich insbesondere hinsichtlich der von Mill behaupteten Induktion *durch das Experiment*. Induktion sei stets auf eine *Veränderung des Objekts oder der Umstände* gegründet, und die erste Regel der physikalischen experimentellen Forschung beinhalte, die Konstellationen zu verändern, was dann unter Umständen auch im Gedächtnis stattfinden könnte. Wer ein sehr gutes Gedächtnis besitze, könnte aus dem Erinnerungsbild eines schwingenden Pendels die Pendelgesetze erkennen, und Galilei hätte sie in der Tat auf diese Weise entdecken können. Wer aber nie ein *bewegtes*, sondern immer nur ein *ruhendes*, einen Senkel, gesehen habe, könnte weder aus der unmittelbaren Beobachtung noch aus dem Erinnerungsbild dieses Senkels die Gesetze seiner Bewegung erraten. Man sähe es dem Wasserstoff nicht an, was aus ihm werden könnte, wenn man ihn mit anderen Stoffen in Verbindung brächte. Nach Stumpf gibt es keine Induktion und kein Experiment, die nur in dem aufmerksamen Anschauen bestünden**.**

> „Anschauung (Vorstellung) ohne jede Veränderung des Angeschauten (Vorgestellten) führt nur zu *Begriffen*; oder wenn sie zu Sätzen führt, so sind es solche, welche ohne Weiteres aus den daran sich knüpfenden Begriffen folgen, d.h. analytische Sätze. Diese Sätze sind dann nicht unmittelbar durch Anschauung gewonnen, sondern sie ergeben sich durch logische Folgerung aus den Begriffen“. (Stumpf 1870, 8-1)

Den gleichen „induktiven“ und „experimentellen“ Standpunkt vertritt Mill auch bezüglich des Zahlbegriffs, denn auch die Arithmetik soll seiner Auffassung nach von „wirklichen Gegenständen“ handeln. Alle Zahlen müssten Zahlen von etwas sein; es gäbe nichts Derartiges wie Zahlen in abtracto, „10“ müsste „zehn Körper“, „zehn Töne“ oder „zehn Pulsschläge“ bedeuten, und die Sätze der Arithmetik drückten physikalische Tatsachen aus.

Stumpf stößt sich besonders an Mills „realistischer“ Auffassung des Zahlbegriffs. Der Keim zu dieser falschen Zahlauffassung liegt nach Stumpf in einer falschen psychologischen Unterstellung. Es sei wahr, dass wir bei Zahlen, beispielsweise „3", immer oder doch häufig, drei Dinge, drei Kieselsteine vorstellten; aber diese müssten nicht, für die Anschauung bequem, *beieinander* liegen. Wer sage, es gebe drei Sandkörner, müsste nichts darüber aussagen, wo diese lägen. „ ... eins kann in meinem Streusandfasse, eins auf dem Mond und eins auf dem Sirius sein" (Stumpf 1870, 12-4). Der Unterschied der Lage mache keinen Unterschied der Zahl. So ist nach Stumpf bezüglich der Wissenschaft der Zahlen das gleiche Resultat zu fordern wie bezüglich der Geometrie: „ ... die mathematischen Sätze sind sämmtlich apriorisch, (unabhängig von der Erfahrung) und nothwendig wahr" (Stumpf 1870, 13-2).

Stumpf konfrontiert in seiner Auseinandersetzung mit Kant dessen Auffassung mit seiner, Kants entgegen gesetzten. Er bestreitet, dass mathematische Urteile, insbesondere die der Arithmetik, insgesamt *synthetische Urteile a priori* seien. Kant hatte neben den analytisch-tautologischen Urteilen, bei denen das Prädikat bereits im Subjekt mitgedacht wird, und den synthetischen Urteilen, bei denen das Prädikat dem Subjekt etwas Neues hinzufügt, die Urteilsformen um eine dritte Klasse von Urteilen, den „synthetischen Urteile[n] a priori", erweitert. Diese sollten Grundlage sein sowohl für die Mathematik als auch für die Naturwissenschaft. Stumpf legt seinen Schwerpunkt auf die Beantwortung der Frage, woher denn der Charakter apriorischer Notwendigkeit rühre, den Kant den synthetischen Urteilen a priori zuschreibe und erinnerte daran, dass Kant selbst gefragt hatte, wie „synthetische Urteile a priori" möglich seien.

Ich kann hier die im Übrigen sehr abstrakt gefasste Demontage der „synthetischen Urteile a priori" nicht wiederholen. Das kantische Problem lässt sich dahingehend zusammenfassen, dass er sich einerseits den analytisch notwendigen Charakter der mathematischen Erkenntnis in ihrer Passung auf die Naturwissenschaft, die es ja mit realen Verhältnissen zu tun hat, erklären wollte und andererseits dem schon von Hume geäußerten Skeptizismus in Bezug auf den Notwendigkeitscharakter der Geometrie entgegen treten wollte.[2] Nicht die Art und Weise, wie Stumpf seine Auseinandersetzung mit Kant durchführt, kann hier ausgeführt werden, sondern Gewicht zu legen ist darauf, dass Stumpfs kritische Auseinandersetzung mit den Theorien von Kant und insbesondere mit der von Mill bereits 14 Jahre vor Frege und 17 Jahre vor Husserl erfolgte, die sich ihrerseits mit eben diesen beiden Positionen eingehend auseinandergesetzt haben, und in der Literatur für diese Auseinandersetzung auch entsprechend gewürdigt wurden (Cassirer 2000, 64).

Ich habe in meiner Arbeit das größere Gewicht auf die auffallenden Ähnlichkeiten zwischen Stumpf und Frege gelegt, u. a. weil die persönlichen und sachlichen

[2] Kant verwahrt sich bereits gegen den Gedanken an eine empirische Geometrie in seiner vorkritischen Schrift „Von der Form der Sinnen- und Verstandeswelt und ihren Gründen", 1870, §15.

Beziehungen zwischen Stumpf und Husserl ja hinreichend bekannt sind, während gewisse Ähnlichkeiten zwischen Frege und Stumpf lediglich am Rande erwähnt[3], aber nie untersucht wurden, was vor Veröffentlichung von Stumpfs Habilitation auch nicht sinnvoll war. Die Übereinstimmungen in der Widerlegung der Millschen Theorie zwischen Stumpf und Frege sind in der Tat frappant, sie stellen sich so dar, als wären sie „einem Kopf“ entsprungen. Ich habe das in meiner Arbeit durch wörtliche Nebeneinandersetzung der beiden Texte dokumentiert.

Im Mittelpunkt der philosophischen Forschungen Freges steht die Beantwortung einer auf den ersten Blick scheinbar einfachen Frage: Was sind Zahlen? Nach Frege sind sie etwas rein Logisches. Dies unter Beweis zu stellen und darüber hinausgehend darzulegen, dass auch die arithmetischen Sätze mit allgemeinen logischen Prinzipien beweisbar wären, wurde für ihn zur Lebensaufgabe, zum „logizistischen“ Programm, welches die Arithmetik als Zweig der Logik begründen sollte. Die Ungeklärtheit der Grundbegriffe einer auf Präzision pochenden Wissenschaft gab Frege Anlass für eine gründliche Untersuchung des Zahlbegriffs, die für ihn sowohl Sprachkritik erforderlich machte, als auch eine Ausschließung von psychologischer Mitsprache in diesen Fragen implizierte. Frege formuliert für seine Untersuchung folgende drei Grundsätze (Frege 1884, 10):

> [1] Es ist das Psychologische von dem Logischen, das Subjective von dem Objectiven scharf zu trennen;
> [2] Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden;
> [3] Der Unterschied zwischen Begriff und Gegenstand ist im Auge zu behalten.

Im Gegensatz zu Stumpf, der ebenfalls in seiner Habilitation nicht psychologisch argumentiert, sich aber als Brentanoschüler den psychologischen Überlegungen nicht verschließt, schürte Frege damit den Psychologismusstreit, den Husserl nach seiner Abkehr von der Psychologie und Hinwendung zur Philosophie fortsetzte. Im „Nachtrag“ der Habilitation Stumpfs deuten sich dann allerdings psychologische Reflexionen, und zwar die Begriffsbildung betreffend an, die er exemplarisch am Begriff der „Richtung“ verdeutlicht.

4. Historisches

Die thematischen Übereinstimmungen warfen die Frage auf, ob Stumpf und Frege sich persönlich kannten und wenn ja, zu welchem Zeitpunkt sie sich kennen lernten.

---

[3] Paul Ferdinand Linke war der erste, der auf bedeutsame Zusammenhänge zwischen dem Denken Freges und Stumpfs hinwies. (vgl. Linke 1946, 75-99)

Frege lehrte seit seiner Habilitation 1874 bis zu seiner Emeritierung 1918 zunächst als Privatdozent und ab 1896 als Honorarprofessor im Fachbereich Mathematik an der Universität Jena. In wieweit Stumpf und Frege sich schon in Göttingen begegneten, ist keinem Schriftstück, weder bei Stumpf noch bei Frege, zu entnehmen. Stumpf war in Göttingen nach Abschluss seines Habilitationsverfahrens von Oktober 1870 bis zu seiner Berufung nach Würzburg im Herbst 1873 Privatdozent für Philosophie. Frege wechselte 1871 von Jena nach Göttingen und studierte dort bis zu seiner Promotion fünf Semester; neben (wie Stumpf) Philosophie bei Lotze Mathematik in der Göttinger Tradition von Gauß und Riemann bei Clebsch und Schering. Frege belegte aber auch Experimentalphysik bei Wilhelm Weber, den Stumpf ebenfalls hörte und in seiner „Selbstdarstellung" neben Brentano und Lotze „als einen Bildner seines wissenschaftlichen Denkens" (Stumpf 1924, 209) aufführt. Es wäre also durchaus möglich, dass Frege Stumpf bereits als jungen Privatdozenten in der Zeit von 1871 – 1873 in Göttingen kennen gelernt hätte, auch wenn eigene Recherchen, Schriftstücke, Vorlesungsverzeichnisse etc. im Universitätsarchiv Göttingen und der Handschriftenabteilung zu keiner nachweisbaren Verbindung führten. Gleichwohl besteht eine große Wahrscheinlichkeit, dass Frege über einen Zeitraum von vier Semestern (SS 1871 - WS 1872/1873) irgendetwas über Stumpf erfahren, ihn kontaktiert oder sogar eine Vorlesung bei ihm besucht hat. Dafür spricht auch die lange nicht bekannte, aber inzwischen verbriefte Tatsache, dass sich Frege am 29.8.1882 in einem ausführlichen Brief (ausgerechnet) an Stumpf wendet, der zu diesem Zeitpunkt in Prag praktische Philosophie, Logik und Psychologie las. Wie aus dem *Wissenschaftlichen Briefwechsel* hervorgeht, wurde dieser Brief irrtümlich Anton Marty, Brentanoschüler und Freund Stumpfs zugeordnet, da er sich in Martys Nachlass befand. Gottfried Gabriel bemerkt hierzu in seiner Einleitung (Frege 1976, 162-165):

> „Vergleicht man allerdings den Inhalt des Briefes von Stumpf an Frege, so fällt auf, dass der Brief Stumpfs in alle Fragen eine Antwort auf Freges Brief an Marty ist. Auch die zeitliche Folge stimmt. Da Stumpf und Marty 1882 Kollegen in Prag waren und als Schüler Brentanos eng zusammen gearbeitet haben dürften, ist nicht auszuschließen, dass Katkov (1938 Brentano-Archiv Prag) irrtümlich den an Stumpf gerichteten Brief für einen Brief an Marty ausgegeben hat."

Freges Anrede in diesem Brief „Sehr geehrter Herr College!" lässt den Adressaten unbestimmt; er kündigt den Abschluss seiner Arbeiten an einem Buch an, nachdem er offensichtlich von Stumpf eine Karte zur „Aufmunterung" erhalten hat (vgl. Frege 1976, 162f):

> „… Ich habe jetzt ein Buch nahezu vollendet, in welchem ich den Begriff der Anzahl behandle und nachweise, dass die ersten Sätze über das Zählen der Zahl, die man bisher als unbeweisbare Axiome anzusehen geneigt war, sich nur mittels der logischen Gesetze aus Definitionen beweisen lassen, sodass sie im Kantischen Sinne wohl als analytische Urteile zu betrachten sind."

In diesem Zusammenhang sei daran erinnert, dass Stumpf ja ebenfalls in seiner Habilitationsschrift die analytische Natur der mathematischen Sätze ausdrücklich gegen Kant vertreten hatte. Sollte Frege von Stumpfs Habilitationsschrift gewusst haben? Vielleicht durch Lotze?

Am 9.9.1882 antwortet Stumpf auf den Brief Freges (Frege 1976, 256):

> „… vielleicht ließe sich die neue Schrift mit der „Begriffsschrift“ zusammen besprechen? – Einstweilen erlauben Sie mir meine Freude auszudrücken über Ihre Theilnahme an logischen Problemen, in Bezug auf welche ein Zusammenwirken mathematisch-naturwißenschaftlicher und philosophischer Kräfte so sehr notwendig ist. Es ist übrigens meine Meinung, dass nicht bloß die arithmetischen u. algebraischen sondern auch, trotz Riemann-Helmholtz u. allen Engländern, die geometrischen [Urteile] analytische sind; u. sobald meine Arbeit fertig ist will ich zu diesem Thema übergehen…
>
> … Hinsichtlicht Ihrer Arbeit, auf welche ich mich außerordentlich freue, bitte ich mir die Frage nicht übel zu nehmen, ob es nicht zweckmäßig wäre, deren Gedankengang zunächst in der gewöhnlichen – und vielleicht getrennt davon ein andermal oder auch im selben Buche in der Begriffsschrift darzulegen; was, dächte ich, der Aufnahme *beider* Materien günstig sein müßte. Doch kann ich natürlich nicht aus der Ferne darüber urteilen.“

Während Frege in seinen „Grundlagen“ den analytischen Charakter allerdings nur für die Sätze der Arithmetik postulierte, vertrat der junge Stumpf in seiner Habilitation – und auch der ältere wird noch bei dieser Auffassung bleiben – den analytischen Charakter ebenso für die Sätze der Geometrie.

Bereits am 3.10.1870 konnte Lotze das Gutachten zur Habilitationsschrift „Über die Grundsätze der Mathematik“ von Carl Stumpf verfassen (Lotze 2003, 549). Aus Stumpfs Personalakte, die im Universitätsarchiv in Göttingen aufbewahrt wird, sind lediglich Antragsstellung und Genehmigung zur „venia legendi“ in Philosophie nachzulesen. Weitere Details über diesen wichtigen Schritt in der wissenschaftlichen Vita Stumpfs waren nicht zu eruieren.

Die Habilitation vor Augen lässt nicht vermuten und nicht einmal erahnen, dass der zukünftige Philosoph Carl Stumpf sich in seiner nächsten bahnbrechenden Arbeit „Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung“ (Stumpf 1873) mit Akribie der psychologischen Analyse zuwenden wird. Mit diesem Werk, das Stumpf mit einem Schlag Eingang in die wissenschaftliche Welt verschaffte, wurde allerdings auch bereits der Grundstein zu seiner späteren Phänomenologie gelegt (vgl. Kaiser-el-Safti 2001 und 2008). Der wichtige ergänzende Baustein zum phänomenologischen Werk folgte dann in der Arbeit, die Stumpf weltweit berühmt machte, der zweibändigen „Tonpsychologie“ (Stumpf 1883 und 1890).

Zusammenfassung

Die Habilitationsschrift von Carl Stumpf zeigt, dass Stumpf aus dem Paradigmenwechsel in der mathematischen Forschung im 19. Jh. einen eigenen, logisch und empirisch vertretbaren erkenntnistheoretischen Standpunkt zu gewinnen sucht. Stumpf verweist auf die *Deduktion aus Begriffen* bei der zentralen Frage nach der Quelle erfahrungsfreien Wissens und setzt sich kritisch mit alternativen Erklärungsansätzen – der Philosophie der Mathematik im Rahmen des Transzendentalen Idealismus (Kant) und des Empirismus (Mill) – auseinander. In diesem Kontext nimmt er Positionen vorweg, die sich viele Jahre später bei Frege und Husserl wiederfinden lassen.

Schlüsselwörter: Erkenntnistheorie, Paradigmenwechsel, Philosophie der Mathematik.

Summary

Carl Stumpf's post-doctoral thesis (*Habilitationsschrift*) demonstrates that Stumpf attempts to establish his own logical and empirically founded epistemological perspective based on the paradigm changes which took place in mathematical research in the 19th century. Stumpf cites the *deduction from notions* (*Deduktion aus Begriffen*) with regard to the key question as to the source of non-experiential knowledge and critically analyses alternative explanations – the philosophy of mathematics within the framework of transcendental idealism (Kant) and empiricism (Mill). In this context he anticipates positions which appeared many years later in the works of Frege and Husserl.

Keywords: Epistemology, paradigm change, philosophy of mathematics.

Literatur

Aumann, G. (2006): *Euklids Erbe. Ein Streifzug durch die Geometrie und ihre Geschichte.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Bolzano, B. (1810): *Philosophie der Mathematik oder Beiträge zu einer begründeten Darstellung der Mathematik.* Prag: 1810. Wiederaufgelegt von H. Fels (Hrsg.) (1926), Paderborn: Schöningh.

Cassirer, E. (2000): *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit. Vierter Band. Von Hegels Tod bis zur Gegenwart (1832 – 1932).* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Euklid (2001): *Die Elemente. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften.* Band 235, Reprint, 3. Auflage, Frankfurt: Harri Deutsch.

Ewen, W. (2008): *Carl Stumpf und Gottlob Frege.* Würzburg: Königshausen & Neumann.

Frege, G. (1976): *Wissenschaftlicher Briefwechsel*. Herausgegeben, bearbeitet, eingeleitet und mit Anmerkungen versehen von Gottfried Gabriel, Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Christian Thiel, Albert Verhaart. Hamburg: Felix Meiner.

Frege, G. (1884): *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl.* Christian Thiel (Hrsg.), Centenarausgabe (1986). Hamburg: Felix Meiner.

Gauss, C. F. (1899): *Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Wolfgang Bolyai.* Franz Schmidt und Paul Stäckel (Hrsg.) (1987). Leipzig: B. G. Teubner. Nachdruck des Original-Exemplars der Universitätsbibliothek Erlangen (1987). Hildesheim: Georg Olms.

Im Hof, H.-C. (2000): Die wahre Geometrie oder denkbare Geometrien. Aufsatz in: *Uni Nova – Wissenschaftsmagazin der Universität Basel 87.* 19.

Kaiser-el-Safti, M. (2001): *Die Idee der wissenschaftlichen Psychologie. Immanuel Kants kritische Einwände und ihre konstruktive Widerlegung.* Insbesondere 5. Kapitel. Würzburg: Königshausen & Neumann.

Kaiser-el-Safti, M. (2008): *Der „Witz" (in) der Tonpsychologie Carl Stumpf.* In dieser Journal-Ausgabe.

Klein, F. (1872): *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Antrittsvorlesung.* Programm zum Eintritt in die Philosophische Facultät und dem Senat der k. Friedrich-Alexanders-Universität zu Erlangen. Erlangen: Andreas Eichert.

Klein, F. (1921): *Gesammelte Mathematische Abhandlungen.* Erster Band. Berlin: Springer.

Linke, P. F. (1946): Gottlob Frege als Philosoph. *Zeitschrift für philosophische Forschung.* Band 1, 75 – 99.

Lotze, R. H. (2003): *Briefe und Dokumente (1833 – 1893).* Zusammengestellt, eingeleitet und kommentiert von Reinhardt Pester. hrsg. von Ernst Wolfgang Orth. Würzburg: Königshausen & Neumann.

Mill, J. S. (1843): *Principles of Logic, rationative and inductive.* In's Deutsche übertragen von Schiel, J. (1862/63): System der deductiven und inductiven Logik. Braunschweig: Friedrich Vieweg und Sohn.

Stumpf, C. (1870): *Über die Grundsätze der Mathematik.* Manuskript der Habilitationsschrift von Dr. Carl Stumpf. Transkription: Ewen, W. (Hrsg.) (2008). Würzburg: Königshausen & Neumann.

Stumpf, C. (1873): *Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung.* Leipzig: Hirzel. Reprint (1965). Amsterdam: Bonset.

Stumpf, C. (1883/1890): *Tonpsychologie.* Zwei Bände. Leipzig: Hirzel.

Stumpf, C. (1924): Selbstdarstellung, in Schmidt, R. (Hrsg.): *Die Philosophie der Gegenwart in Selbstdarstellungen.* Band V, 205 – 265. Leipzig: Meiner.

Stumpf, C. (1939/40): *Erkenntnislehre*. Band I und II. Leipzig: Johann Ambrosius Barth.

Dr. Wolfgang Ewen, geboren 1948, studierte Maschinenbau in Bingen, Mathematik und Informatik in Berlin. Mit der interdisziplinären Arbeit *Carl Stumpf und Gottlob Frege* promovierte er in Psychologie an der Universität zu Köln. Der Autor ist geschäftsführender Gesellschafter eines Beratungsunternehmens. Seine Arbeitsschwerpunkte sind die Bereiche Unternehmenskultur, Beratung und Begleitung von Veränderungsprozessen (Change Management).

Adresse: In den Dalmen 9, D-28816 Stuhr.

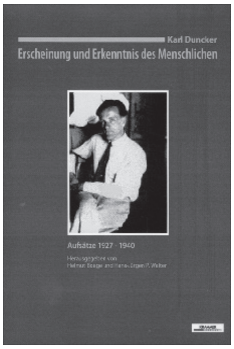
E-Mail: wolf.ewen@t-online.de

Karl Duncker

Erscheinung und Erkenntnis des Menschen

Aufsätze 1927 - 1940
Herausgegeben von Helmut Boege
und Hans-Jürgen P. Walter

199 Seiten, € 21,80
ISBN 978 3 901811 26 5



Karl Duncker - 1903 in Leipzig geboren, 1935 aus dem nationalsozialistischen Deutschland in die USA emigriert, wo er 1940 aus dem Leben schied - zählt zu den bedeutendsten Vertretern der Gestaltpsychologie. Sein bekanntestes und wohl auch einflussreichstes Werk ist seine 1935 erschienene „Psychologie des produktives Denkens" (Verlag Springer, zweite Auflage 1963), das auch der sogenannten „kognitiven Revolution" in den USA und Europa wesentliche Impulse gab und bis heute die Denkpsychologie anregt.

Der vorliegende Sammelband stellt eine Reihe von Beiträgen Dunckers vor, die im deutschen Sprachraum bisher weniger bekannt geworden sind, obwohl sie alles andere als von bloß wissenschaftshistorischem Interesse sind. Der Bogen spannt sich von der Auseinandersetzung mit dem Behaviorismus über Grundfragen von Erkenntnis und Bewusstsein bis hin zur Zurückweisung des ethischen Relativismus und einer bestechenden Analyse menschlicher Emotionen und Motivation.

Teils aus dem Englischen übersetzt, teils als Wiederveröffentlichung oder auch Ersterscheinung lange Zeit verschollener Originalarbeiten, belegen die hier versammelten Arbeiten die ungebrochene Aktualität des überaus differenzierten Denkens, Wahrnehmens und Forschens von Karl Duncker auch für die zeitgenössische psychologische, psychotherapeutische ud philosophische Diskussion und Reflexion einer Reihe von Grundfragen der menschlichen Existenz.

KRAMMER VERLAG

A-1070 Wien, Kaiserstraße 13 | Fax: + 43 1 985 21 19-15 | Mail: verlag@krammerbuch.at